

# Analyse der Übertragungsqualität in MIMO-Funksystemen mit Space-Time-Block-Codierung

**Prof. Dr.-Ing. Tobias Felhauer**  
 Prodekan Fakultät Elektrotechnik und Informationstechnik (E+I)  
 Studiendekan EN, EIM, EI-BB

Badstraße 24  
 77652 Offenburg  
 Tel. 0781 205-208  
 E-Mail: felhauer@fh-offenburg.de

**1965:** Geboren in Heidelberg  
 Studium der Elektrotechnik/Nachrichtentechnik an der Universität Kaiserslautern  
**1990:** Diplom  
**1990–1994:** wissenschaftlicher Mitarbeiter am Lehrstuhl für hochfrequente Signalverarbeitung der Universität Kaiserslautern  
**1994:** Promotion über neuartige Verfahren zur hochgenauen Vermessung von Funkkanälen mit Bandspreizsignalformen  
**1994–1999:** Systemingenieur und Projektleiter im Zentralbereich Technik der DaimlerChrysler Aerospace AG, Ulm  
**Seit 1999:** Professor an der Hochschule Offenburg für das Fachgebiet Funknetze und Telekommunikationstechnik, Leiter des Labors Telekommunikationstechnik  
**Seit 2001:** Mitglied des Instituts für Angewandte Forschung (IAF) der Hochschule Offenburg  
**Seit 2006:** Prodekan und Studiendekan in der Fakultät Elektrotechnik und Informationstechnik der Hochschule Offenburg



**Forschungsgebiete:** Funkkommunikation und Satellitennavigation

## 2.3 Analyse der Übertragungsqualität in MIMO-Funksystemen mit Space-Time-Block-Codierung

Prof. Dr.-Ing. Tobias Felhauer

### Abstract

Within this project performed in the Lab Telecommunications at the University of Applied Sciences, Offenburg, the achievable transmission performance in terms of the Bit-Error-Rate (BER) of MIMO radio systems applying Space-Time-Block-Coding (STBC) has been analysed. It is shown that in comparison to conventional SISO radio systems a significantly decreased BER can be achieved for different spectral efficiencies depending on the number of antennas and STBC-Matrices used.

### Einleitung

Mehrantennensysteme (MIMO: Multiple-Input-Multiple-Output) sind seit einigen Jahren ein zentrales Forschungsthema in der Funkkommunikation. Die Analyse der Kanalkapazität solcher MIMO-Systeme in [1] hat gezeigt, welches enorme Potenzial in dieser Technologie steckt. Dieses Potenzial kann auf verschiedene Arten genutzt werden. MIMO-Verfahren können grundsätzlich in zwei Klassen eingeteilt werden. Die erste Klasse besteht aus Verfahren, die die Zuverlässigkeit der Übertragung über Fading-Kanäle verbessert. Dies wird entweder durch Verbesserung des jeweils wirksamen mittleren SNR (engl. Signal-to-Noise power ratio) z. B. durch Beamforming oder durch Verminderung der Fluktuationen des SNR durch Diversitätstechniken erreicht. Die zweite Klasse

bilden Verfahren, bei denen mehrere unabhängige Datenströme parallel über die verschiedenen Antennen durch räumliches Multiplexen (engl. Spatial Multiplexing) übertragen und so die Datenrate vervielfacht wird. Während bei den Diversitätstechniken und den Verfahren des Spatial Multiplexing die Übertragungseigenschaften zwischen den verschiedenen Sende- und Empfangsantennen durch z. B. ausgeprägte Mehrwegeausbreitung möglichst unkorreliert sein sollen, ist dies bei den Beamforming-Verfahren aber gerade nicht dienlich.

Im Rahmen dieses Projekts wurde die Übertragungsqualität von Funksystemen mit MIMO-Architektur analysiert, die spezielle blockbasierte Codierungsverfahren verwenden, die nicht nur die zeitliche, sondern auch die räumliche Dimension zu der Informationsübertragung nutzen (Space-Time-Block-Coding, STBC) und damit auf einen Diversitätsgewinn abzielen.

### Space-Time-Block-Codierung (STBC)

Die Grundidee der Space-Time-Codierung besteht darin, die zu übertragende Information in redundanten Kopien über zeitlich und aufgrund der mehreren Sendeantennen auch räumlich getrennten Fading-Übertragungskanälen zu übertragen, in der Hoffnung, dass zumindest einige dieser redundanten Kopien in guter Qualität am Empfänger ankommen. Bei Space-Time Block-Codierung (STBC) werden die zu übertragenden Datensymbole zunächst blockweise in einer STBC-Matrix zusammengefasst. In dieser STBC-Matrix beschreibt die  $i$ -te Spalte, in welcher zeitlichen Abfolge

(Zeitschlitz) welche Datensymbole über die  $i$ -te Sendeantenne gesendet werden. Ist  $N_T$  die Anzahl der Sendeantennen und beschreibt  $s_{ij}$  das Datensymbol, das im  $i$ -ten Zeitschlitz an der  $j$ -ten Sendeantenne gesendet wird, so ergibt sich die allgemeine Struktur einer STBC-Matrix zu:

$$G = \begin{matrix} \text{Sendeantennen (1...N}_T\text{)} & \xrightarrow{\hspace{1cm}} & \\ \begin{matrix} s_{11} & s_{12} & \cdots & s_{1N_T} \\ s_{21} & s_{22} & \cdots & s_{2N_T} \\ \vdots & & & \vdots \\ s_{n1} & s_{n2} & \cdots & s_{nN_T} \end{matrix} & \begin{matrix} \downarrow \\ \text{Zeitschlitz} \end{matrix} \end{matrix}$$

Ein wichtiger Parameter eines STBC ist dessen Codierate, die angibt, wie viele nicht-redundante Datensymbole im Mittel pro Zeitschlitz übertragen werden, d. h., bei einer STBC-Matrix, bestehend aus  $k$  unterschiedlichen Datensymbolen und  $n$  Zeitschlitz, ergibt sich die Codierate zu

$$0 \leq r = \frac{k}{n} \leq 1$$

Um Space-Time-Block-Codierung anzuwenden bedarf es somit zunächst nur mehrerer Sendeantennen – allerdings steigt mit zunehmender Anzahl der Empfangsantennen die erreichbare Diversitätsordnung. Die Diversitätsordnung  $N_D$  gibt dabei an, mit welcher Potenz die Bitfehlerrate (BER) mit zunehmendem SNR sinkt, d. h.  $BER \sim SNR^{-N_D}$  und ist damit ein Maß für die Steilheit der BER(SNR)-Charakteristik. Bei  $N_T$ -Sendeantennen und  $N_R$ -Empfangsantennen ist die maximal erreich-

Anz. Sendeantennen	$N_T=2$	$N_T=3$	$N_T=4$
STBC-Matrix	$G_2 = \begin{pmatrix} s_1 & s_2 \\ * & * \\ -s_2 & s_1 \end{pmatrix}$	$G_3 = \begin{pmatrix} s_1 & s_2 & s_3 \\ -s_2 & s_1 & -s_4 \\ -s_3 & s_4 & s_1 \\ -s_4 & -s_3 & s_2 \\ * & * & * \\ s_1 & s_2 & s_3 \\ * & * & * \\ -s_2 & s_1 & -s_4 \\ * & * & * \\ -s_3 & s_4 & s_1 \\ * & * & * \\ -s_4 & -s_3 & s_2 \end{pmatrix}$	$G_4 = \begin{pmatrix} s_1 & s_2 & s_3 & s_4 \\ -s_2 & s_1 & -s_4 & s_3 \\ -s_3 & s_4 & s_1 & -s_2 \\ -s_4 & -s_3 & s_2 & s_1 \\ * & * & * & * \\ s_1 & s_2 & s_3 & s_4 \\ * & * & * & * \\ -s_2 & s_1 & -s_4 & s_3 \\ * & * & * & * \\ -s_3 & s_4 & s_1 & -s_2 \\ * & * & * & * \\ -s_4 & -s_3 & s_2 & s_1 \end{pmatrix}$
Codierate	$r = 2/2 = 1$	$r = 4/8 = 1/2$	$r = 4/8 = 1/2$
$\eta = 1$ (Bit/s)/Hz	$\{s_1, s_2\} \in 2\text{PSK}$	$\{s_1, s_2, s_3, s_4\} \in 4\text{PSK}$	$\{s_1, s_2, s_3, s_4\} \in 4\text{PSK}$
$\eta = 3$ (Bit/s)/Hz	$\{s_1, s_2\} \in 8\text{PSK}$	$\{s_1, s_2, s_3, s_4\} \in 64\text{PSK}$	$\{s_1, s_2, s_3, s_4\} \in 64\text{PSK}$

**Tabelle 1:** Verwendete STBC-Schemata [2], [3]

bare Diversitätsordnung  $N_D = N_T \cdot N_R$ . Diese wird allerdings nur erreicht, wenn die STBC-Matrix  $G$  aus orthogonalen Spaltenvektoren besteht. Für eine solche orthogonale STBC-Matrix ist allerdings die maximal erreichbare Codierate beschränkt auf

$$r_{\max} = \begin{cases} \frac{(N_T/2)+1}{N_T} & \text{für } N_T \text{ gerade} \\ \frac{((N_T+1)/2)+1}{N_T+1} & \text{für } N_T \text{ ungerade} \end{cases}$$

Eine weitere angenehme Eigenschaft orthogonaler STBC-Matrizen besteht darin, dass eine Maximum-Likelihood Detektion auf der Empfängerseite durch eine einfache lineare Signalverarbeitung implementiert werden kann, siehe hierzu auch [3].

### Performance-Analyse von MIMO-Funksystemen mit STBC

Im Rahmen dieses Projekts wurde die Übertragungsqualität von Funksystemen mit MIMO-Architektur bei Anwendung von Space-Time-Block-Codierung mit orthogonalen STBC-Matrizen analysiert. Die Übertragungseigenschaften zwischen den  $N_T$ -Sendeantennen und den  $N_R$ -Empfangsantennen wurde durch Rayleigh-Fading (flat fading) modelliert. Bei den durchgeführten Analysen wurden MIMO-Architekturen mit bis zu  $N_T=4$  Sendenantennen betrachtet. Die zugehörigen orthogonalen STBC-Matrizen sind in Tabelle 1 aufgelistet. Bei

$N_T=2$  Sendeantennen werden nach der Matrix  $G_2$  im 1. Zeitschlitz an Sendeantenne 1 das Symbol  $s_1$  und an Sendeantenne 2 das Symbol  $s_2$  gesendet (1. Zeile von  $G_2$ ); im 2. Zeitschlitz dagegen die redundante Information nochmals durch die Symbole  $-s_2^*$  bzw.  $s_1^*$  über die Antennen 1 bzw. 2 übertragen. Die Information der Datensymbole  $s_1$  und  $s_2$  wird damit in zwei Zeitschlitzen gesendet, sodass sich die Codierate zu  $r=2/2=1$  ergibt. Die als Alamouti-Matrix bekannte orthogonale STBC-Matrix, die die maximale Codierate  $r=1$  erreicht [2]. Für  $N_T=3$  bzw.  $N_T=4$  Sendeantennen wurden die ebenfalls orthogonalen STBC-Matrizen  $G_3$  bzw.  $G_4$  verwendet. Bei diesen wird die Information der vier Datensymbole  $s_i$ ,  $i=1..4$ , in jeweils 8 Zeitschlitzen übertragen, sodass sich die Codierate zu  $r=4/8=1/2$  ergibt.

Um einen fairen Vergleich der mit diesen unterschiedlichen STBC-Matrizen erreichbaren Übertragungsqualität zu gewährleisten, wird jeweils die resultierende spektrale Effizienz  $\eta$  / (Bit/s)/Hz als Verhältnis der effektiven Datenrate zur benötigten Übertragungsbandbreite konstant gehalten. Soll die spektrale Effizienz  $\eta = 1$  (Bit/s)/Hz betragen, so sind bei der  $G_2$ -Matrix aufgrund der Codierate  $r=1$  die Datensymbole  $s_1$  und  $s_2$  so zu wählen, dass jedes Symbol 1 Bit an Information trägt, d. h. z. B.  $\{s_1, s_2\} \in 2\text{PSK-Modulation}$  bei den  $G_3$ - bzw.  $G_4$ -Matrizen dagegen muss die um den Faktor 2 geringere Codierate

$r=1/2$  dadurch kompensiert werden, dass jedes Datensymbol  $s_i$ ,  $i=1..4$ , nun 2 Bit an Information trägt, d. h., die Symbole  $s_i$ ,  $i=1..4$ , sind z. B. nach einer 4PSK-Modulation zu wählen. Wird ein Vergleich bei höherer spektraler Effizienz  $\eta$  angestrebt, so sind auch nach Tabelle 1 die Datensymbole  $s_i$  in den STBC-Matrizen jeweils von höherwertigen Modulationen (z. B. MPSK) zu wählen.

Abbildung 2.3-1 zeigt zunächst die erzielte Bitfehlerrate abhängig vom mittleren SNR/dB bei einer spektralen Effizienz  $\eta=1$  (Bit/s)/Hz für die drei in Tabelle 1 angegebenen STBC-Matrizen und zunächst nur einer Empfangsantenne ( $N_R=1$ ). Zusätzlich ist in Abbildung 2.3-1 zum Vergleich die entsprechende BER-Charakteristik dargestellt, die sich bei einem konventionellen Funksystem mit jeweils nur einer Sende- und Empfangsantenne ohne Space-Time-Codierung bei Rayleigh-Fading ergibt ( $G_1=1$ ;  $N_T=1$ , 2PSK). Man erkennt, dass mit zunehmender Anzahl  $N_T$  der Sendeantennen die BER-Kurven immer steiler werden, d. h. die erzielte Diversitätsordnung  $N_D$  entsprechend ansteigt. So ist z. B. zum Erreichen einer Bitfehlerrate von  $BER=10^{-4}$  beim betrachteten MIMO-System mit  $N_T=4$  Sendeantennen durch die Space-Time-Block-Codierung nach der STBC-Matrix  $G_4$  ein um mehr als 20dB reduziertes mittleres SNR als bei einem konventionellen Funksystem mit nur einer Sendeantenne ( $G_1=1$ ;  $N_T=1$ ) erforderlich. Dieser Gewinn kann in ei-

ner praktischen Anwendung z. B. für eine signifikante Reduktion der Sendeleistung um einen Faktor 100 und damit einer längeren Akku-Betriebsdauer oder zu einer deutlichen Reichweiten-Erhö-  
 hung genutzt werden.

Abbildung 2.3-2 zeigt die entsprechenden Ergebnisse wiederum bei einer konstanten spektralen Effizienz von  $\eta = 1$  (Bit/s)/Hz, nun aber mit  $N_R = 2$  Empfangsantennen. Man erkennt, dass durch Erhöhen der Anzahl  $N_R$  der Empfangsantennen bei allen betrachteten MIMO-Architekturen deutlich bessere BER-Werte aufgrund der höheren Diversitätsordnung  $N_D$  nach  $N_D = N_T \cdot N_R$  erreicht werden.

Um eine höhere spektrale Effizienz zu erreichen, sind die zu übertragenden Symbole einem höherwertigen Symbolalphabet zu entnehmen. In einem konventionellen System mit einer Sendeantenne ( $N_T = 1$ ) und ohne STBC kann z. B. durch die Verwendung von 8PSK-Symbolen eine spektrale Effizienz von  $\eta = 3$  (Bit/s)/Hz erreicht werden, da nun jedes Symbol  $\log_2(8) = 3$  Bit an Information trägt. Die gleiche spektrale Effizienz  $\eta = 3$  (Bit/s)/Hz erhält man mit ebenfalls 8PSK-Symbolen, wenn STBC nach der Matrix  $G_2$  nach Tabelle 1 angewandt wird, da diese Codierung die Rate  $r = 1$  hat. Bei STBC nach den Matrizen  $G_3$  bzw.  $G_4$  jedoch, muss aufgrund der Codierate  $r = 1/2$  zum Erreichen der spektralen Effizienz  $\eta = 3$  (Bit/s)/Hz jedes Symbol 6 Bit an Information tragen, d. h., die zu übertragenden Symbole sind z. B. einem 64PSK-Symbolalphabet zu entnehmen. Abbildung 2.3-3 zeigt die Ergebnisse der Analyse der Bitfehlerrate (BER) bei Rayleigh-Fading für die vier zuvor diskutierten Konfigurationen mit unterschiedlicher Anzahl  $N_T$  an Sendeantennen und einer Empfangsantenne ( $N_R = 1$ ) bei einer konstanten spektralen Effizienz  $\eta = 3$  (Bit/s)/Hz. Man erkennt wiederum, dass mit zunehmender Anzahl  $N_T$  der Sendeantennen und damit steigender Diversitätsordnung  $N_D$  die BER-Kurven steiler werden. Für kleine und mittlere SNR jedoch bestimmt die höhere Störanfälligkeit der 64PSK-Symbole im Vergleich zu den 8PSK-Symbolen die Übertragungsqualität, während für höhere SNR die höhere Diversitätsordnung bei mehreren Sendeantennen zu einer deutlich besseren Übertragungsqualität führt.

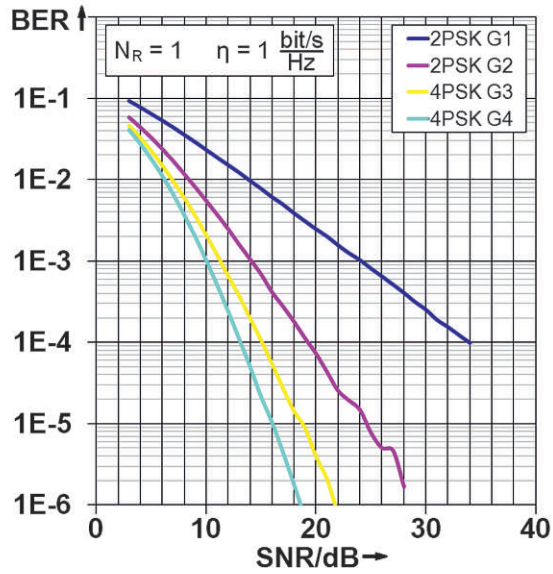


Abb. 2.3-1: BER-Charakteristika bei Rayleigh-Fading für verschiedene MIMO-Architekturen und Space-Time-Block-Codierungen nach Tabelle 1 bei einer Empfangsantenne ( $N_R = 1$ ) und einer konstanten spektralen Effizienz von  $\eta = 1$  (Bit/s)/Hz

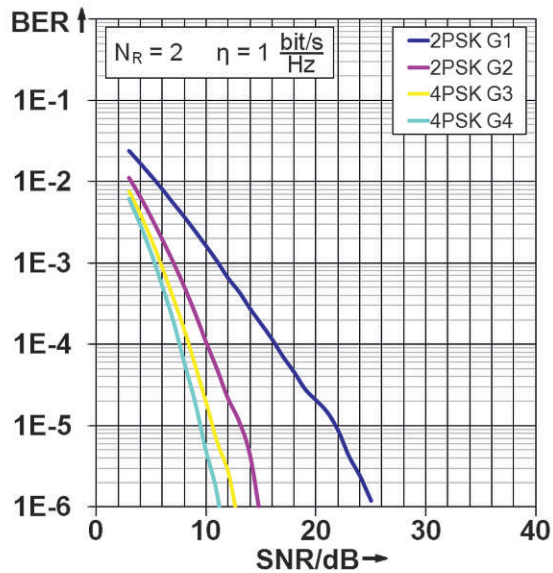


Abb. 2.3-2: BER-Charakteristika bei Rayleigh-Fading für verschiedene MIMO-Architekturen und Space-Time-Block-Codierungen nach Tabelle 1 bei zwei Empfangsantennen ( $N_R = 2$ ) und einer konstanten spektralen Effizienz von  $\eta = 1$  (Bit/s)/Hz

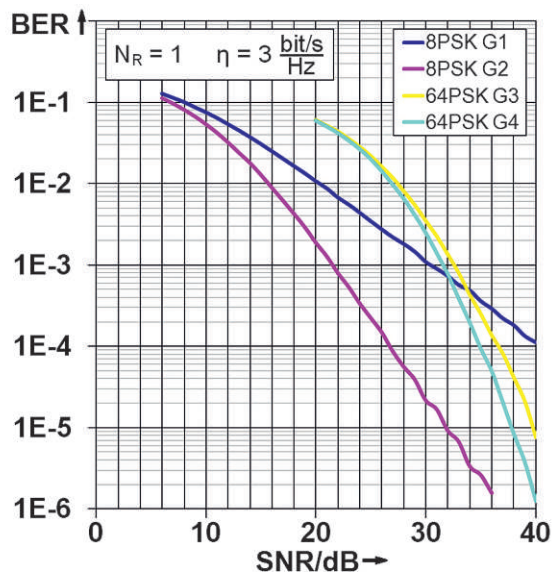


Abb. 2.3-3: BER-Charakteristika bei Rayleigh-Fading für verschiedene MIMO-Architekturen und Space-Time-Block-Codierungen nach Tabelle 1 bei einer Empfangsantenne ( $N_R = 1$ ) und einer konstanten spektralen Effizienz von  $\eta = 3$  (Bit/s)/Hz

Bei den bisherigen Analysen wurden zum Erreichen der jeweiligen spektralen Effizienz  $\eta$  die Datensymbole dem jeweils passenden MPSK-Symbolalphabet entnommen, obwohl z. B. Symbole des Symbolalphabets MQAM bei gleicher mittlerer Sendeleistung bekanntlich eine geringere Störanfälligkeit aufweisen. Der Nachteil MQAM-modulierter Signale im Vergleich zu MPSK-modulierten Signalen liegt allerdings in der nicht konstanten Einhüllenden des Sendesignals, was deutlich höhere Anforderungen an die Linearität des Sendeverstärkers bedeutet. Weiterhin ist zu beachten, dass die STBC-Matrizen  $G_3$  und  $G_4$  in Tabelle 1 zwar orthogonal sind, aber ihre Codiertrate  $r=1/2$  geringer ist als die maximal erreichbare Codiertrate  $r_{\max}=3/4$  nach (3) für  $N_T=3$  bzw.  $N_T=4$ . Die nachfolgend aufgelisteten orthogonalen STBC-Matrizen  $H_3$  und  $H_4$  [3] dagegen erreichen die maximal mögliche Codiertrate  $r=r_{\max}=3/4$  – da allerdings die Matrixelemente z.T. Linearkombinationen der zu sendenden Symbole  $s_i$  sind, kann eine konstante Einhüllende des Sendesignals selbst bei MPSK-Symbolen mit  $|s_i|_{\text{MPSK}}=\text{const.}$  nicht mehr erreicht werden, so dass im Hinblick auf die geringere Störanfälligkeit gemäß obiger Diskussion die zu sendenden Symbole nach einem MQAM-Symbolalphabet zu wählen sind.

$$H_3 = \begin{bmatrix} s_1 & s_2 & \frac{s_3}{\sqrt{2}} \\ * & * & \frac{s_3}{\sqrt{2}} \\ -s_2 & s_1 & \frac{s_3}{\sqrt{2}} \\ * & * & \frac{s_3}{\sqrt{2}} \\ \frac{s_3}{\sqrt{2}} & \frac{s_3}{\sqrt{2}} & \frac{-s_1 - s_1^* + s_2 - s_2^*}{2} \\ * & * & * \\ \frac{s_3}{\sqrt{2}} & -s_3 & \frac{s_2 + s_2^* + s_1 - s_1^*}{2} \\ * & * & * \end{bmatrix}$$

$$H_4 = \begin{bmatrix} s_1 & s_2 & \frac{s_3}{\sqrt{2}} & \frac{s_3}{\sqrt{2}} \\ * & * & \frac{s_3}{\sqrt{2}} & \frac{s_3}{\sqrt{2}} \\ -s_2 & s_1 & \frac{s_3}{\sqrt{2}} & -\frac{s_3}{\sqrt{2}} \\ * & * & \frac{s_3}{\sqrt{2}} & \frac{s_3}{\sqrt{2}} \\ \frac{s_3}{\sqrt{2}} & \frac{s_3}{\sqrt{2}} & \frac{-s_1 - s_1^* + s_2 - s_2^*}{2} & \frac{-s_2 - s_2^* + s_1 - s_1^*}{2} \\ * & * & * & * \\ \frac{s_3}{\sqrt{2}} & -s_3 & \frac{s_2 + s_2^* + s_1 - s_1^*}{2} & \frac{-s_1 + s_1^* + s_2 - s_2^*}{2} \\ * & * & * & * \end{bmatrix}$$

Um bei einer Codiertrate  $r=3/4$  eine spektrale Effizienz von  $\eta = 3$  (Bit/s)/Hz zu erreichen, muss nun jedes Symbol  $s_i$

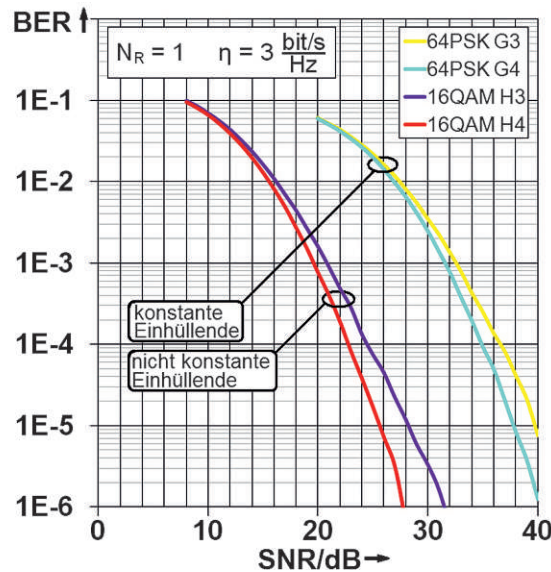


Abb. 2.3-4: BER-Charakteristika bei Rayleigh-Fading für verschiedene MIMO-Architekturen und Space-Time-Block-Codierungen bei einer Empfangsantenne ( $N_R=1$ ) und einer konstanten spektralen Effizienz von  $\eta=3$  (Bit/s)/Hz

genau 4 Bit an Information tragen, d. h.  $\{s_1, s_2, s_3, s_4\} \in 16\text{QAM}$  Abbildung 2.3-4 zeigt die Bitfehlerrate BER abhängig vom SNR/dB für die STBC-Matrizen  $G_3$ ,  $G_4$ ,  $H_3$  und  $H_4$ , wobei die zu sendenden Symbole  $s_i$  jeweils so gewählt sind, dass sich die spektrale Effizienz zu  $\eta = 3$  (Bit/s)/Hz ergibt. Man erkennt, dass bei gleicher Anzahl  $N_T$  an Sendeantennen die Diversitätsordnung und damit die Steilheit der entsprechenden Kurven gleich ist. Weiterhin erkennt man, dass der Preis für die konst. Einhüllende der Sendesignale an den Sendeantennen bei Verwendung der  $G_3$ - bzw.  $G_4$ -Matrizen in Verbindung mit 64PSK-Symbolen eine höhere Bitfehlerrate BER und damit eine geringere Übertragungsqualität hat.

Der Autor dankt allen Studierenden, die zum Gelingen dieses Projekts beigetragen haben – insbesondere den Herren Henning Lohrengel und Thomas Ruf. Um die erzielten Ergebnisse über die Lehre den Studenten zugänglich zu machen, werden die Ergebnisse dieses Projekts – nach entsprechender didaktischer Aufbereitung – in die Vorlesungsinhalte der Vorlesung Wireless Communications im Master-Studiengang Elektrotechnik und Informationstechnik der Hochschule Offenburg integriert.

#### Referenzen/References:

- [1] Felhauer T.: Analyse der Kanalkapazität von Funkssystemen mit MIMO-Architekturen. Beitrag im Forschungsbericht des Instituts für angewandte Forschung (IAF), Hochschule Offenburg, 2007
- [2] Alamouti S. M.: A simple transmitter diversity scheme for wireless communications. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, Oct. 1998
- [3] Tarokh V. et al.: Space-Time Block Coding for Wireless Communications: Performance Results. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, März 1999